



با داشتن مختصات رئوس آن



مهدی میرزافام
دبیر ریاضی
دبیرستان‌های شهرستان
عجب‌شیر

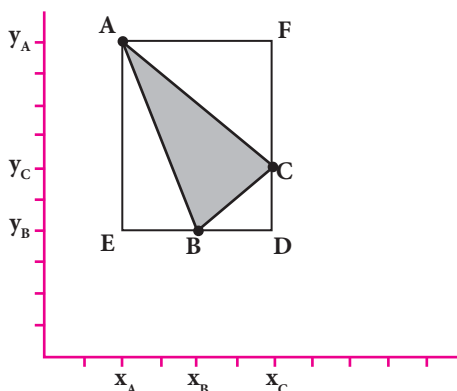
اشاره

برای حل این مسئله روش‌های متعددی وجود دارد ولی روشی که در این مقاله ارائه می‌شود، حاصل خلاقیت یکی از دانش‌آموزان نگارنده^۱ در حل مسئله است. معمولاً در پایان هر کلاس، اینجانب مسائلی را متناسب با درس برای فکر کردن و یافتن راه‌حل خلاقانه برای آن، به دانش‌آموزان می‌دهم. از جمله، وقتی فصل پنجم ریاضی ۱ را شروع کردیم، به صحبت در مورد دستگاه مختصات پرداختیم و در پایان جلسه این مسئله را به‌عنوان «فکر کنید» مطرح کردم.

کلیدواژه‌ها: مساحت مثلث، دستگاه مختصات

مقدمه

حل: روش یافتن مساحت به این صورت است که ابتدا شکل مثلث را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم، سپس با رسم خطوطی موازی با دو محور x و y ، از هر رأس مثلث، مستطیل $AFDE$ را ایجاد می‌نماییم.



دستگاه مختصات از دو محور اعداد عمودبرهم و دارای واحدهای یکسان تشکیل می‌شود، و محل تقاطع این محورها «مبدأ مختصات» نامیده می‌شود. در دستگاه مختصات، هرگاه $A = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه x_A را طول نقطه A و y_A را عرض نقطه A می‌نامند.

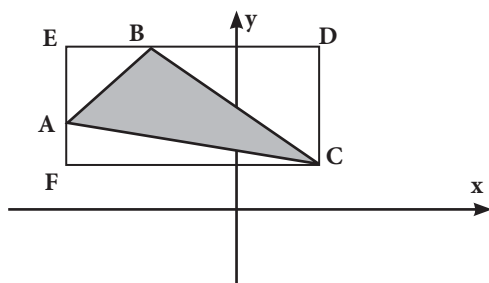
محاسبه مساحت مثلث

مسئله: با معلوم بودن مختصات سه رأس مثلث ABC مساحت آن را بیابید.

$$C = \begin{bmatrix} x_C \\ y_C \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix}$$



مثال: اگر مختصات سه رأس مثلث $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix}$ باشد، مساحت آن را بیابید.



$$\begin{cases} S_{CDEF} = 3 \times 6 = 18 \\ S_{AEB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \\ S_{BDC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6 \\ S_{AFC} = \frac{1}{2} \times 1 \times 6 = 3 \end{cases} \rightarrow S_{ABC} = 18 - (2 + 6 + 3) = 18 - 11 = 7$$

* پی نوشت
 ۱. هادی خلیلی‌وند، دانش‌آموز دوره دوم متوسطه دبیرستان نمونه دولتی ملاصدرا، عجب‌شیر

مشاهده می‌کنیم که هر سه مثلث به‌وجود آمده روی سه ضلع مثلث ABC قائم‌الزاویه‌اند. اکنون به‌راحتی می‌توانیم مساحت مستطیل را محاسبه کنیم، سپس مجموع مساحت‌های سه مثلث قائم‌الزاویه حادث شده را از آن کم کنیم تا مساحت مثلث موردنظر به‌دست آید.

مساحت مستطیل عبارت است از:

$$S_{AFDE} = (x_C - x_A)(y_A - y_B)$$

مساحت هر یک از سه مثلث مذکور نیز به‌صورت

زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} EA = y_A - y_B \rightarrow S_{AEB} = \frac{1}{2}(x_B - x_A)(y_A - y_B) \\ EB = x_B - x_A \end{cases}$$

$$\begin{cases} AF = x_C - x_A \rightarrow S_{AFC} = \frac{1}{2}(x_C - x_A)(y_A - y_C) \\ FC = y_A - y_C \end{cases}$$

$$\begin{cases} CD = y_C - y_B \rightarrow S_{BDC} = \frac{1}{2}(x_C - x_B)(y_C - y_B) \\ BD = x_C - x_B \end{cases}$$

اکنون مساحت مثلث ABC را به‌دست می‌آوریم:

$$S_{ABC} = S_{AFDE} - [S_{AEB} + S_{AFC} + S_{BDC}]$$